Satelity Ziemi
Ruch w polu grawitacyjnym

dr inż. Stefan Jankowski
s.jankowski@am.szczecin.pl

Satellites

- Satelity można podzielić na: naturalne (planety dla słońca/ gwiazd, księżyce dla planet) oraz sztuczne – wykonane i wystrzelone przez człowieka
- Jest to obiekt, któremu na pewnej wysokości nad powierzchnią Ziemi nadano prędkość wystarczającą do uzyskania przez niego ruchu dookoła Ziemi po orbicie, która może być kołowa lub eliptyczna

Siły działające na satelitę

- Zachowawcze:
  stanowią o stacjonarności procesu ruchu, są łatwo przewidywalne, korzystnie wpływają na stabilizacje trajektorii
  - Przyciąganie grawitacyjne Ziemi; wyidealizowany ruch zgodnie z prawami Keplera
- Perturbacyjne:
  zaburzają stacjonarność procesu ruchu satelity, niejednokrotnie trudne do oszacowania; zakłócenie zgodnego z prawami Keplera ruchu ciał niebieskich spowodowane
  - Niecentrycznością pola grawitacyjnego
  - Czynnikami poza grawitacyjnymi

Zakłócenia –
czynniki powodujące brak centryczności pola grawitacyjnego

- Niejednorodność mas Ziemi,
- Spłaszczenie Ziemi,
- Niesymetria mas Ziemi względem równika,
- Eliptyczność równika,
- Pływy morskie oraz obszarów lądowych,
- Przyciąganie grawitacyjne innych ciał niebieskich, przede wszystkim Słońca i Księżyca,
- Siły elektromagnetyczne

Zakłócenia –
czynniki poza grawitacyjne

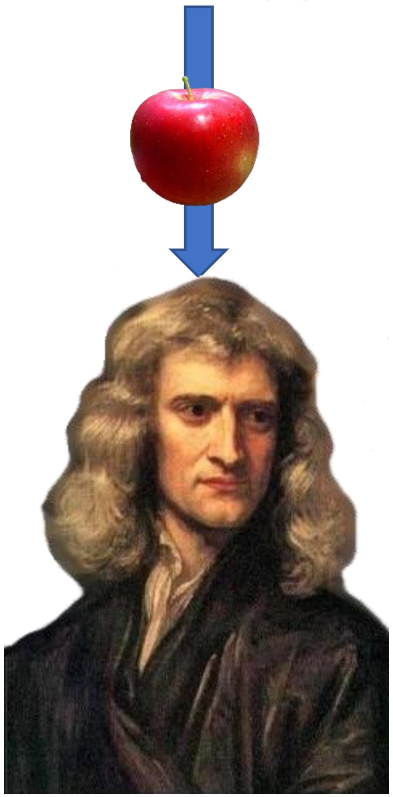
- opór atmosfery,
- ciśnienie światła słonecznego (charakter nieciągły - tylko, gdy satelita jest oświetlony przez Słońce),
- inne czynniki: promieniowanie odbite od Ziemi, pył kosmiczny, efekt relatywistyczny itp.

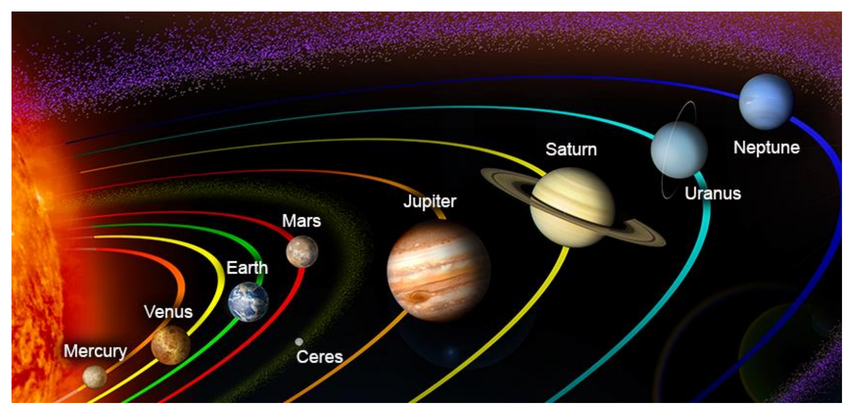
Kepler’s laws – idealized movements

- Opracowane przez Jana Keplera (1571 – 1630) na podstawie ruchu Marsa wokół Słońca
- Wykorzystał obserwacje ruchu planet zarejestrowane przez Tycho Brahe, który nie do końca był przekonany o kopernikowskiej teorii heliocentrycznej

Grawitacja

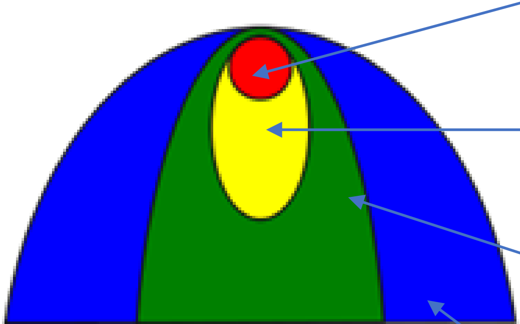
- Isaac Newton (1643-1727) wykazał, że prawa Keplera dotyczą wszystkich obiektów posiadających masę i wynikają z prawa powszechnej grawitacji



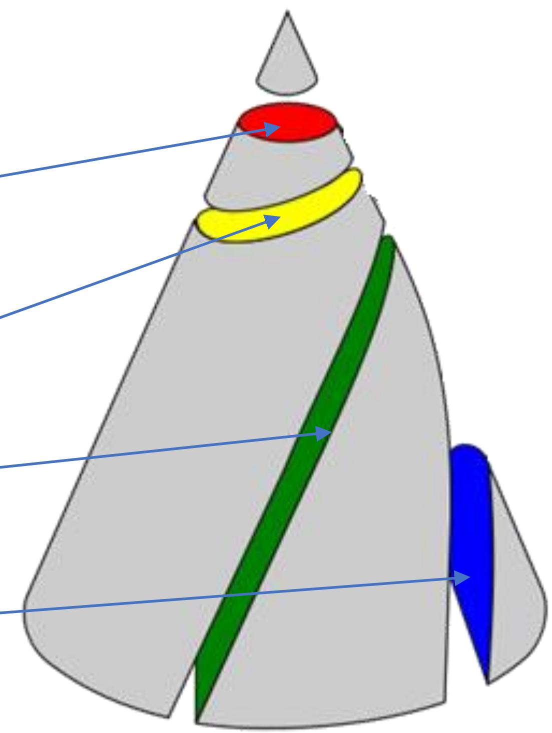


I prawo Keplera

- Orbita każdej planety (satelity) jest krzywą stożkową (elipsą, parabolą lub hiperbolą) ze Słońcem (ciałem centralnym) w jednym z jej ognisk
  - krzywa stożkowa jest śladem przecięcia stożka przez płaszczyznę
  - Kształt krzywej stożkowej zależy od kąta pomiędzy osią stożka a płaszczyzną przekroju



koło	$e = 0$
Elipsa	$0 < e < 1$
Parabola	$e = 1$
Hiperbola	$e > 1$



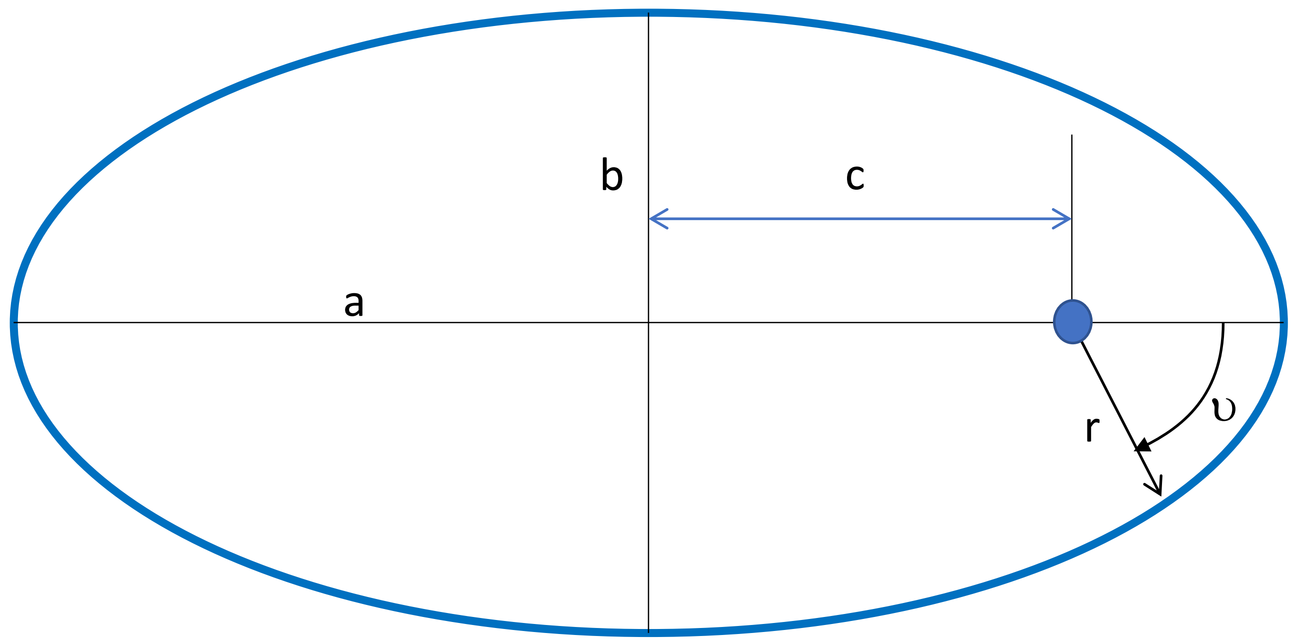
gdzie:
e – ekscentryczność

Orbity eliptyczne

$$\mathrm{r} = \frac{b}{1 + e\cos v}$$

$$b = a(1 - e^2)$$

$$\mathrm{e} = \frac{c}{a}$$



gdzie:

a – Półoś wielka

b – Półoś mała

υ – Kąt położenia wektora wodzącego w odniesieniu do perygeum (anomalia prawdziwa)

e – ekscentryczność

c – Odległość ogniskowa

r – Promień wodzący satelity, łączący środek grawitacji ziemskiej oraz satelitę

Prędkość liniowa satelity a kształt jej orbity

- Kształt orbity zależy od prędkości liniowej satelity
- Minimalna prędkość satelity do utrzymania się na określonej orbicie może być wyznaczona następująco

$$F_d = F_g$$

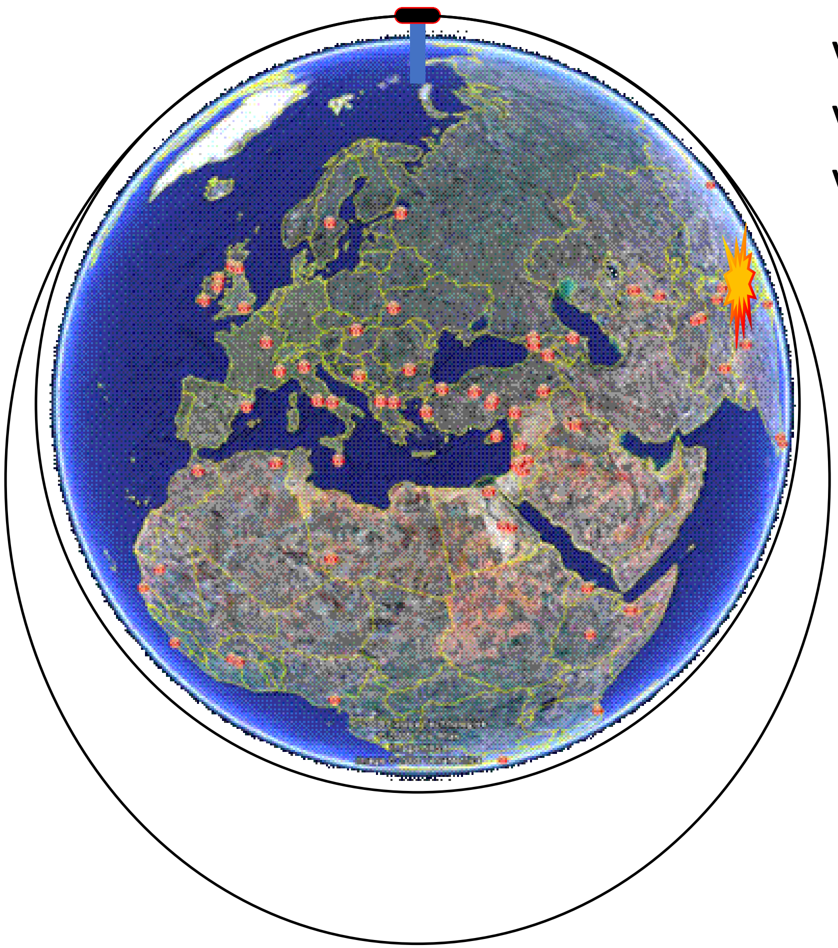
$$\frac{mV_I^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$$

$$V_I = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

gdzie:
F_d – siła dośrodkowa [N]
F_g – siła przyciągania grawitacyjnego [N]
M – masa Ziemi $5.976 \cdot 10^{24}$ [kg]
G – stała grawitacyjna $6.67 \cdot 10^{-11}$ $m^3/(kg \cdot s^2)$
m – masa satelity
V – prędkość liniowa
r – odległość między środkami grawitacyjnymi Ziemi oraz satelity; promień orbity [m]

For r = $6.37 \cdot 10^6$ [m] średni promień Ziemi,
$V_I \approx$ 7.91 [km/s]   Pierwsza prędkość kosmiczna

The orbital shape:



$V < V_I$	eliptyczna?!
$V = V_I$	kołowa
$V_I < V < V_{II}$	eliptyczna
$V = V_{II}$	paraboliczna
$V > V_{II}$	hiperboliczna

Druga prędkość kosmiczna

- minimalna prędkość jaką należy nadać satelicie, aby oddalała się od Ziemi w nieskończoność po orbicie parabolicznej lub hiperbolicznej
- można ją obliczyć znajdując różnicę w energii obiektu znajdującego się na powierzchni Ziemi (ciała niebieskiego) oraz w nieskończoności. Energia w nieskończoności równa jest 0, natomiast na powierzchni jest sumą energii potencjalnej oraz kinetycznej:

$$\frac{mV_{II}^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = 0$$

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2}V_I$$

dla r = $6.37 \cdot 10^6$ [m] – średni promień Ziemi,

$V_{II} \approx$ 11.2 [km/s]   Druga prędkość kosmiczna

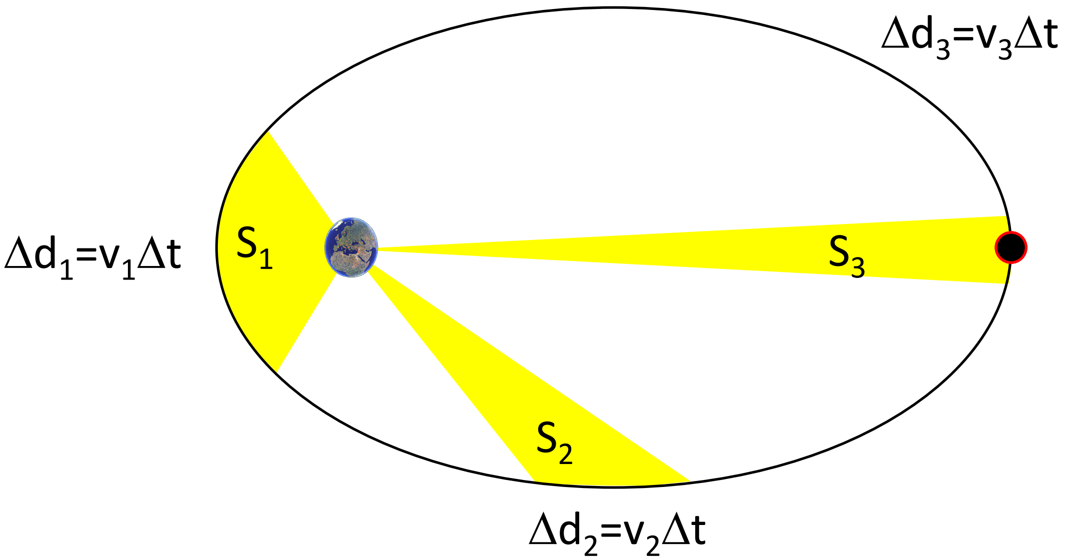
II prawo Keplera

- Promień wodzący planety (satelity) zakreśla równe pola w równych odstępach czasu – prędkość polowa
  - Prędkość liniowa satelity na orbicie eliptycznej nie jest stała. W perygeum satelita porusza się szybciej niż w apogeum
  - W tym samym czasie **Δt**, satelita pokonuje dłuższy dystans $\mathbf{\Delta d_1}$ w pobliżu perygeum niż w pobliżu apogeum $\mathbf{\Delta d_3}$.

$$S_1 = S_2 = S_3$$

$$r^2 \frac{dv_i}{dt} = S_i = const$$

$$\Delta d_1 > \Delta d_2 > \Delta d_3$$

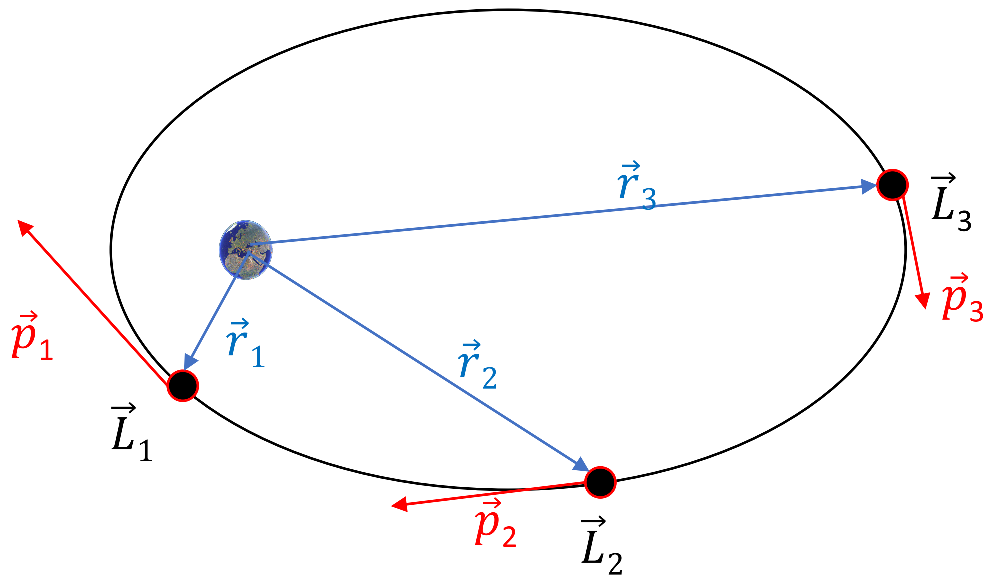


Zasada zachowania momentu pędu (II PK)

- Drugie prawo Keplera jest równoważne zasadzie zachowania momentu pędu:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = const$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



gdzie:

$\vec{L}$	–	Moment pędu
$\vec{r}$	–	Wektor wodzący
$\vec{p}$	–	pęd

$$\overrightarrow{L_1} = \overrightarrow{L_2} = \overrightarrow{L_3} = const$$

$$\overrightarrow{p_1} > \overrightarrow{p_2} > \overrightarrow{p_3}$$

$$\overrightarrow{r_3} > \overrightarrow{r_2} > \overrightarrow{r_1}$$

III prawo Keplera

- Na orbicie eliptycznej kwadrat okresu obiegu satelity wokół Ziemi jest proporcjonalny do trzecich potęg półosi wielkiej

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = const$$

gdzie:
a – półoś wielka
T – okres obiegu

III prawo Keplera – interpretacja Newton'a

For circular orbits:

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r}$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{m4\pi^2 r^2}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = const$$

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2}$$

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Postać ogólna dla dwóch satelitów obiegających ciało centralne po orbitach eliptycznych:

$$\frac{T_1^2(M+m_1)}{T_2^2(M+m_1)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

gdzie:

T_1, T_2 okresy obiegu satelitów o masach m_1, m_2
Wokół centralnego ciała niebieskiego (np. Ziemi)

Okres obiegu

Dla sztucznych satelitów Ziemi, okres obiegu po orbicie podawany jest w godzinach i minutach lub w postaci ułamka zwykłego doby gwiazdowej:

$$T = \frac{n}{m}$$

gdzie **m** jest całkowitą liczbą pełnych obiegów satelity wokół Ziemi w czasie **n** pełnych dób gwiazdowych

Współrzędne astronomiczne – parametry orbity

W celu określenia położenia oraz ruchu satelity względem obserwatora, niezbędna jest wiedza o systemie współrzędnych (zwanym rektascencyjnym).

Istnieje sześć parametrów zwanych keplerowskimi:

Ω - długość węzła wschodzącego

i - inclinacja

ω - argument perygeum

a - półoś wielka

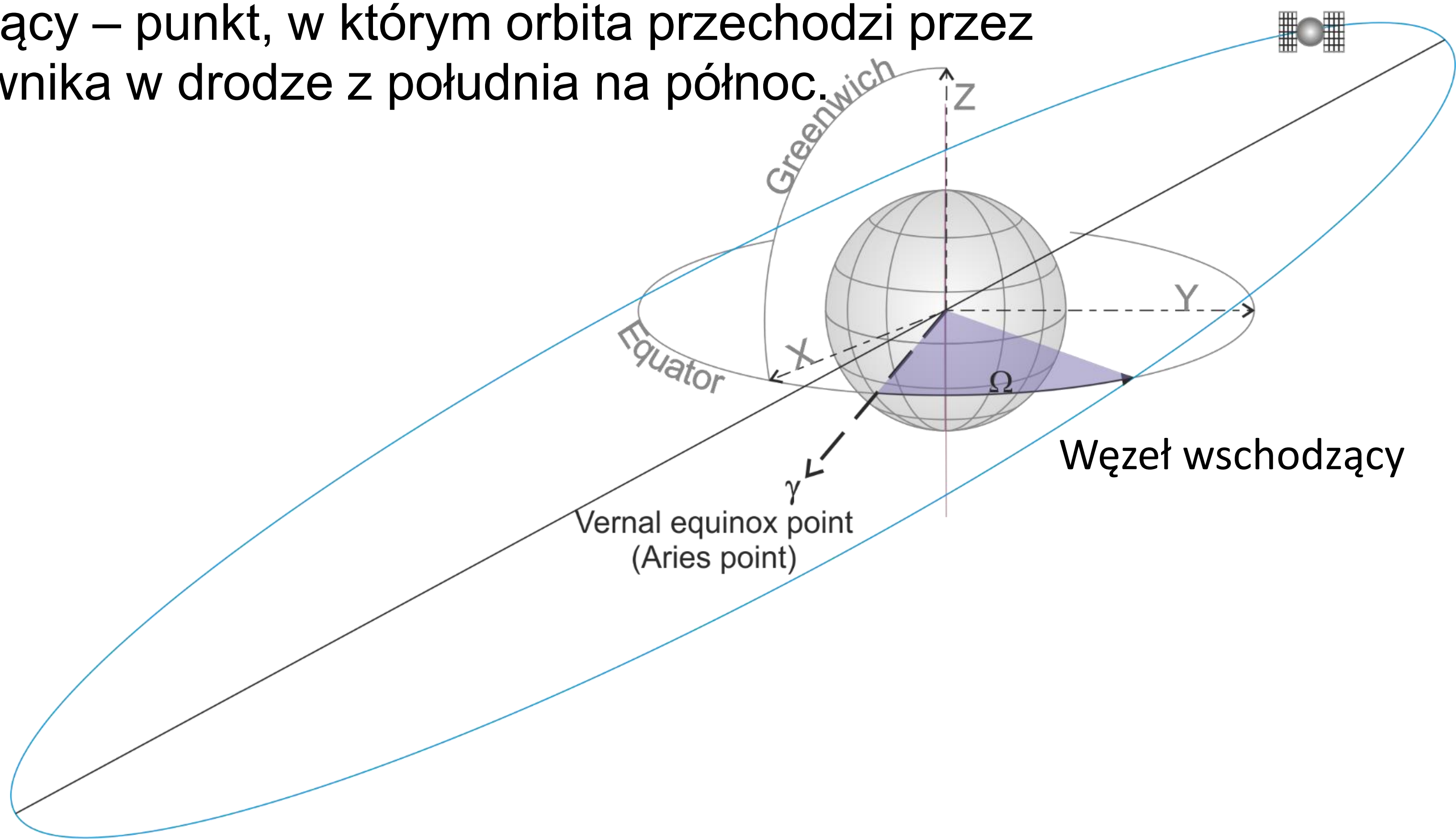
e - ekscentryczność orbity

υ - anomalia prawdziwa satelity

Powiązanie ruchu satelity z czasem następuje przez określenie czasu przejścia satelity przez wybrany punkt orbity: np. perigeum.

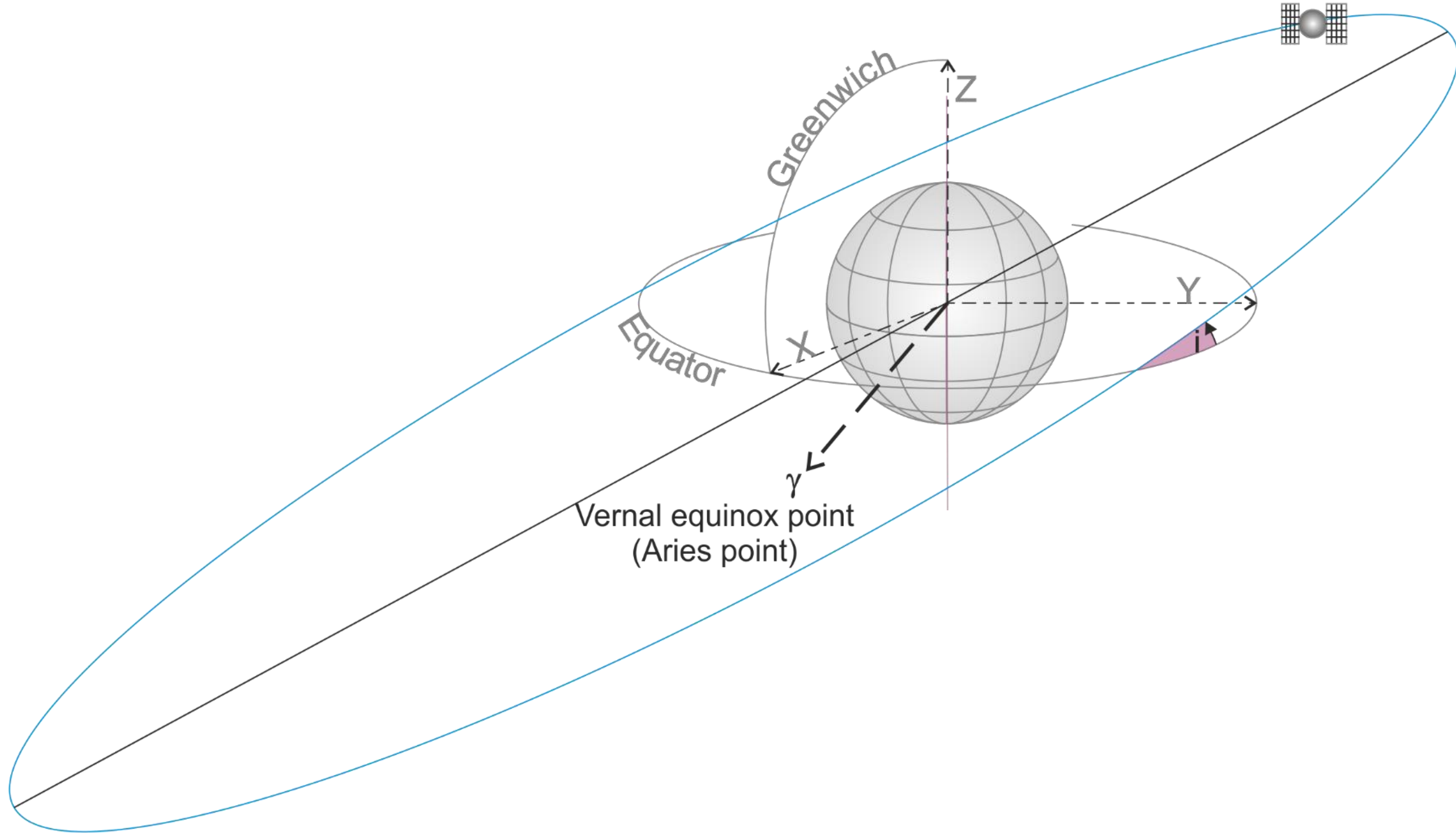
Długość węzła wschodzącego - Ω

kąt mierzony w płaszczyźnie równika od punktu odniesienia na nieboskłonie do węzła wschodzącego. Punkt odniesienia, nazywany punktem równonocy wiosennej, nie jest związany z ziemskim układem współrzędnych ze względu na ruch obrotowy Ziemi.
Węzeł wschodzący – punkt, w którym orbita przechodzi przez płaszczyznę równika w drodze z południa na północ.



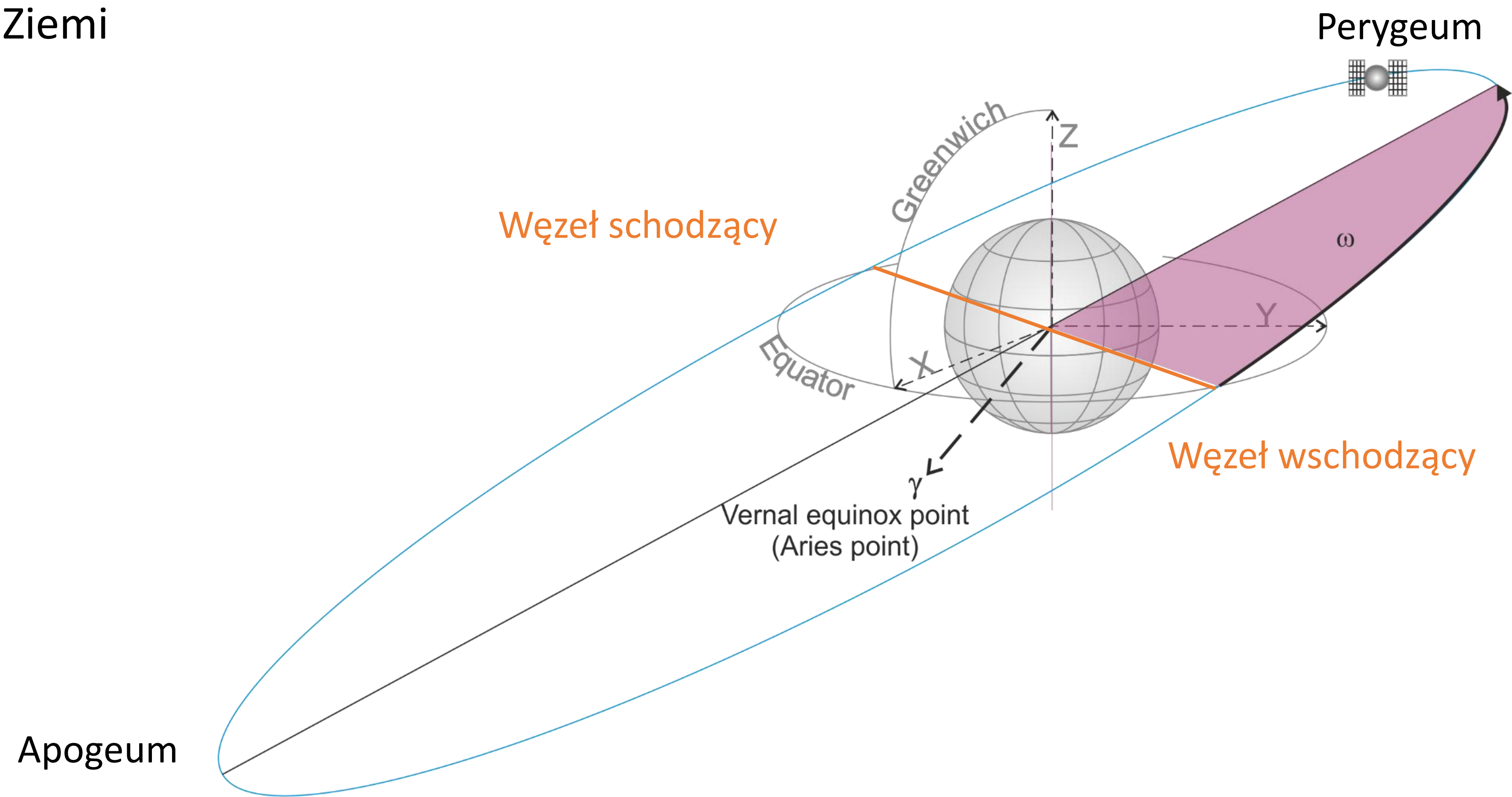
Inklinaca – i

Kąt pomiędzy płaszczyzną równika a płaszczyzną orbity



Argument perygeum – ω

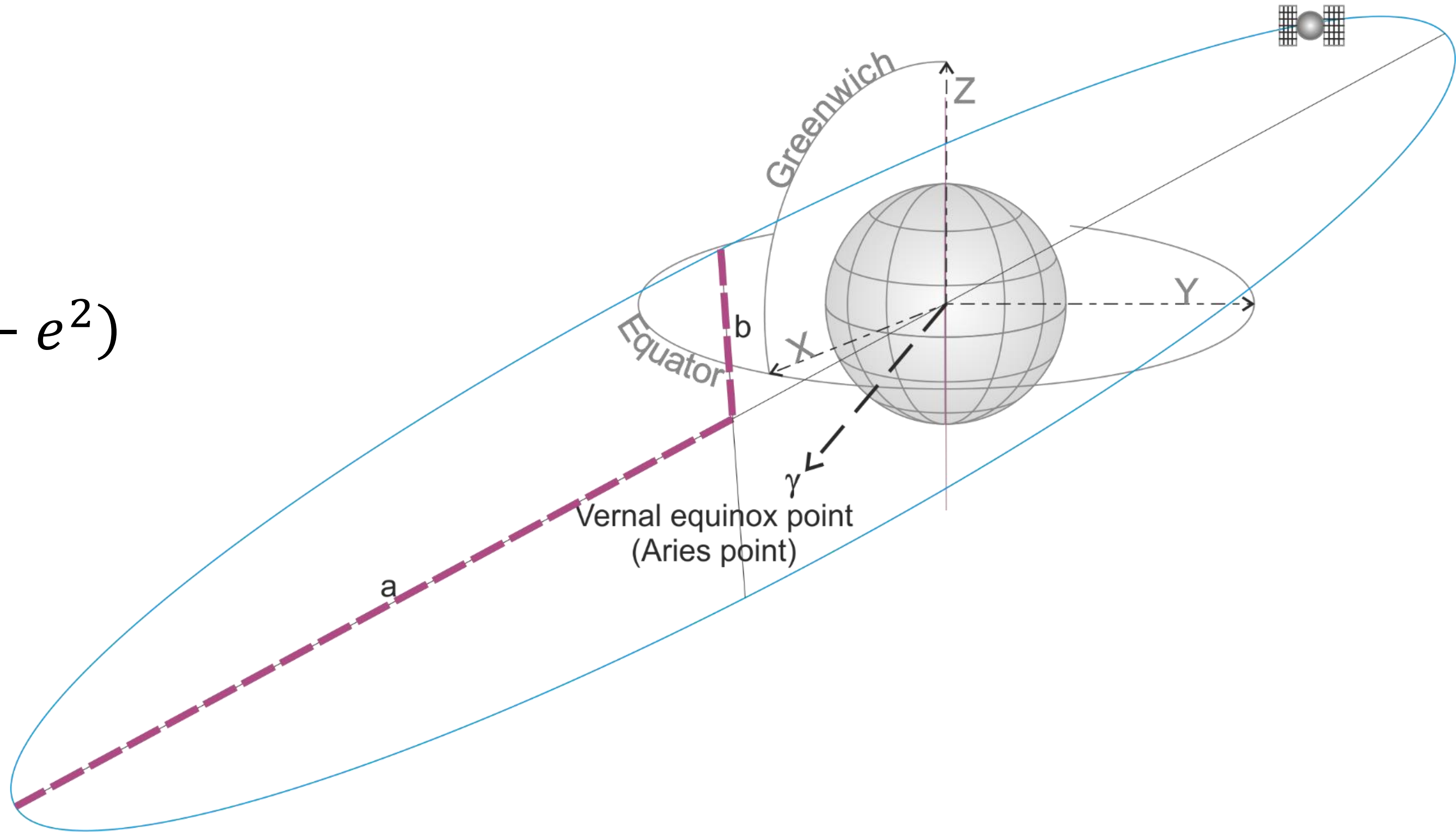
Kąt pomiędzy linią węzłową a linią apsyd przechodzącą przez perygeum, apogeum oraz środek Ziemi



Półoś wielka – a

duża półoś elipsy orbity, określa jej rozmiar oraz decyduje o okresie obiegu satelity wokół ciała centralnego

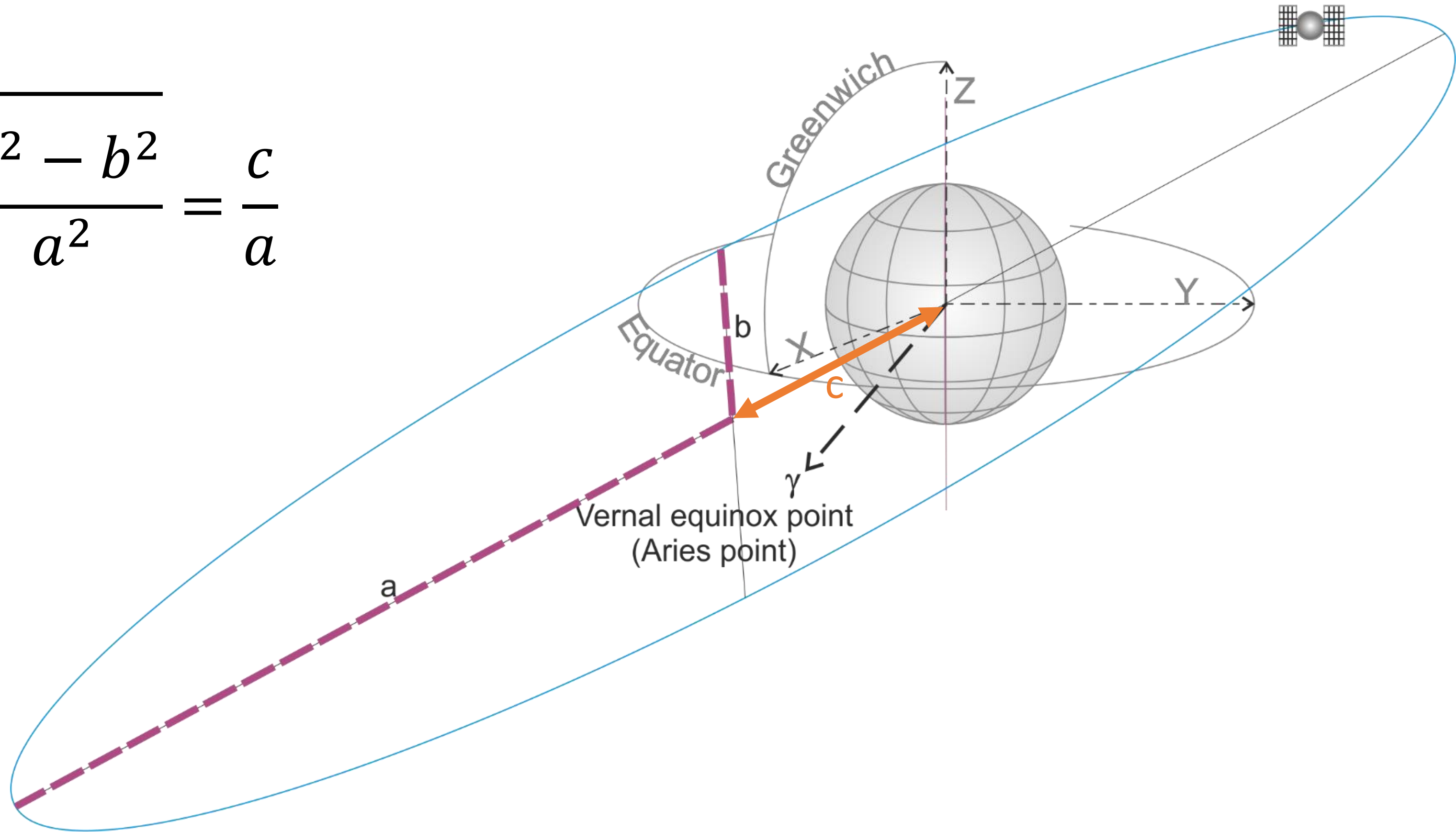
$$b = a(1 - e^2)$$



Ekscentryczność – e

Określa kształt elpsy; dla e = 0 the elipsa jest kołem; w przypadku e zbliżającym się do wartości 1 elipsa staje się płaska i długa

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \frac{c}{a}$$

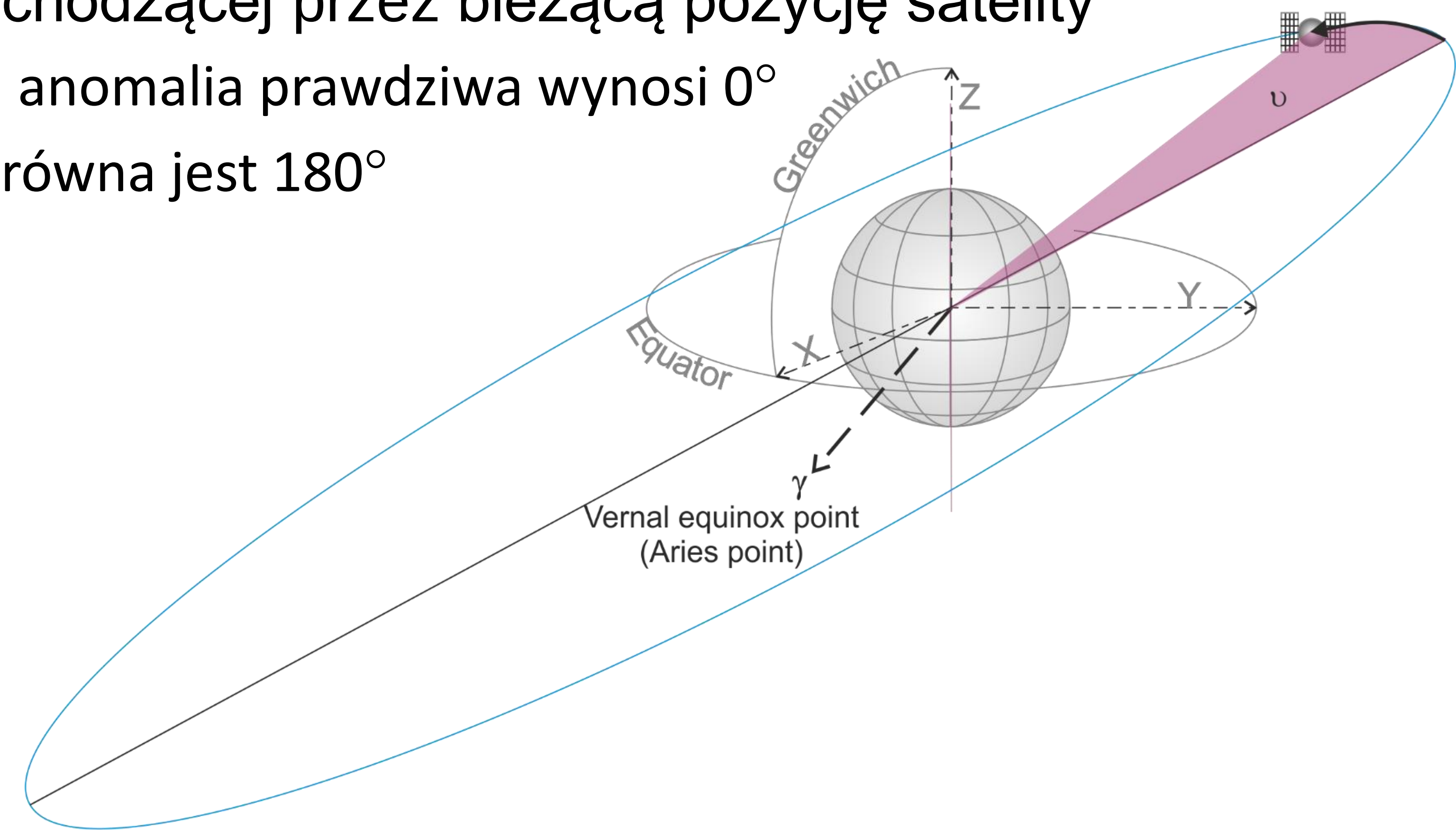


Anomalia prawdziwa satelity – υ

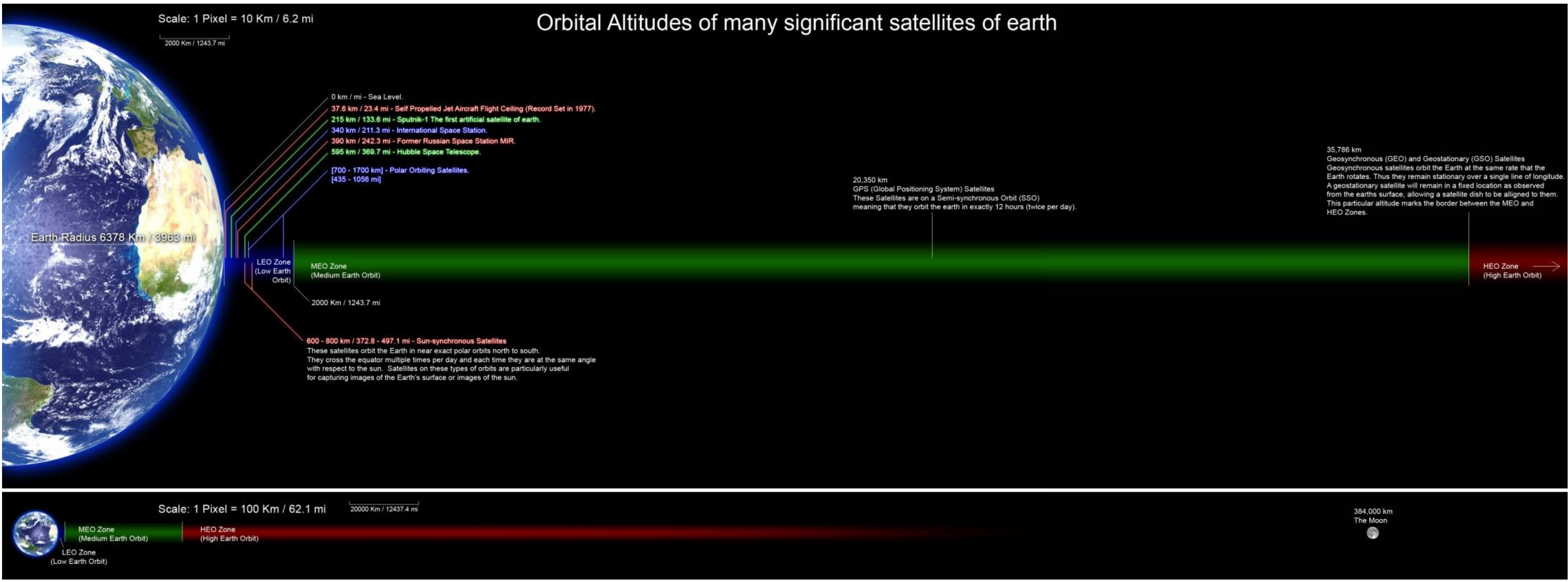
Kąt mierzony w płaszczyźnie orbity liczony od perygeum (linia apsyd) do linii wychodzącej ze środka grawitacyjnego Ziemi i przechodzącej przez bieżącą pozycję satelity

W perygeum anomalia prawdziwa wynosi 0°

W apogeum równa jest 180°

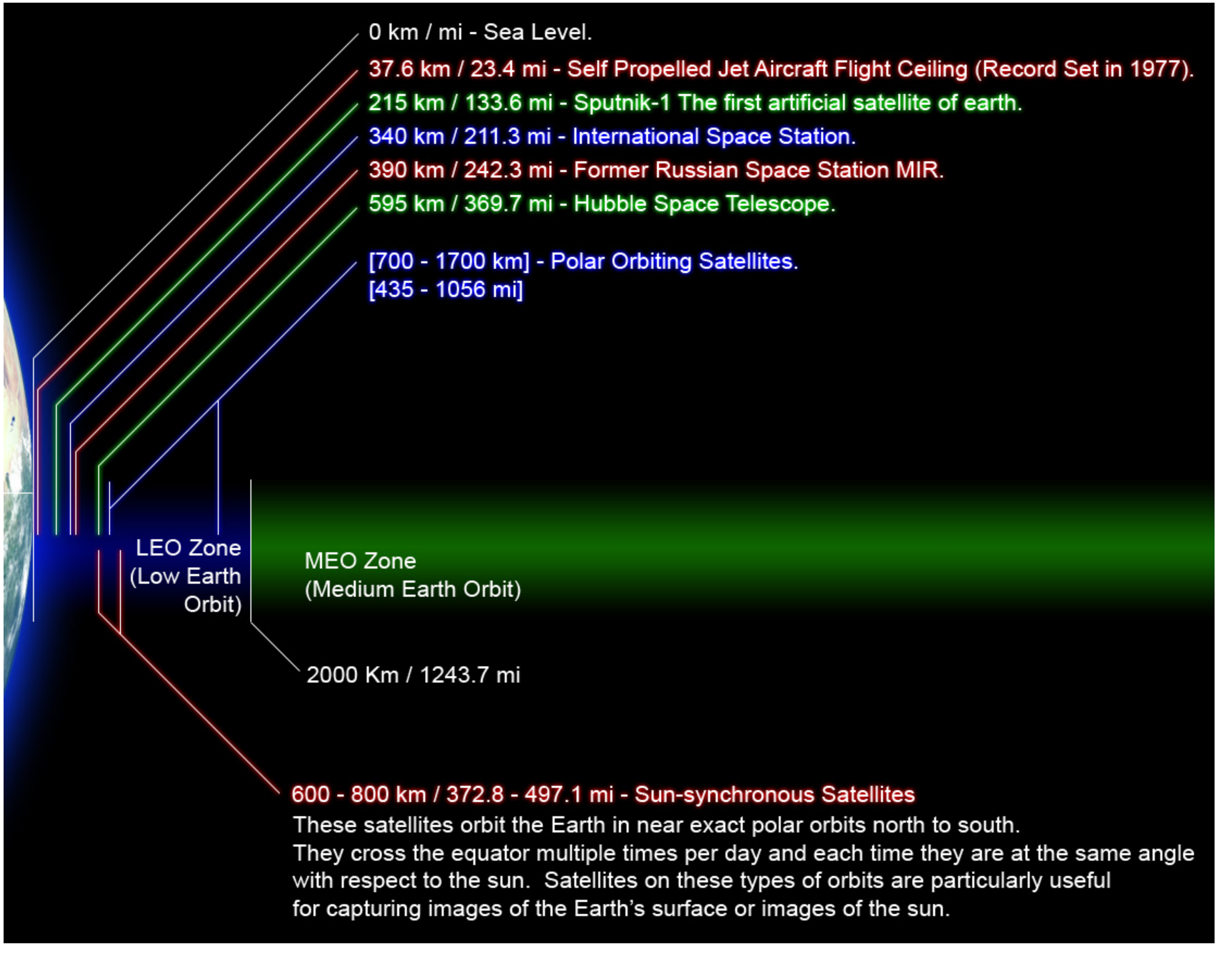


Orbity



- http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Orbitalaltitudes.jpg

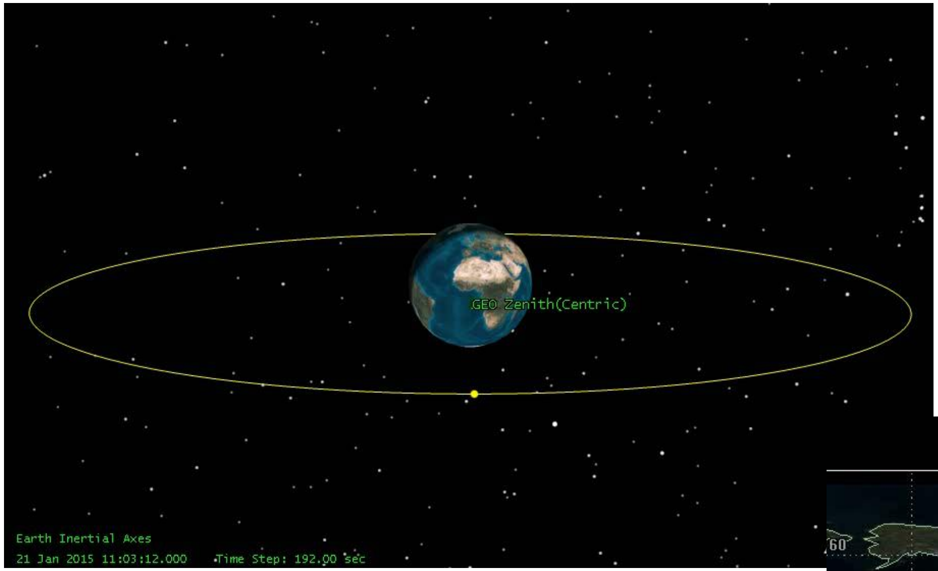
LEO – Low Earth Orbits / orbity niskie

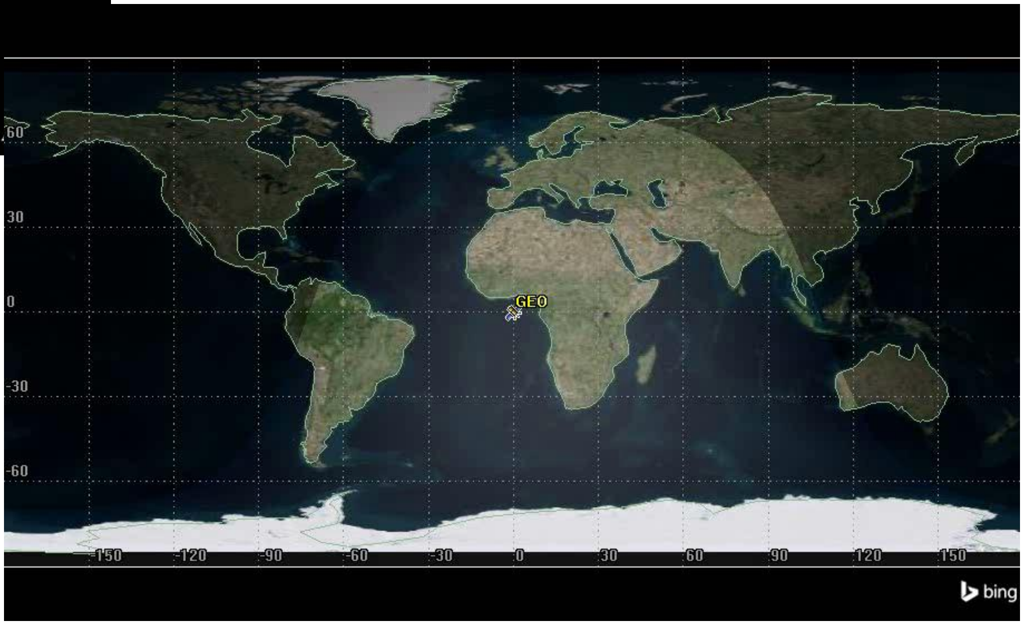


MEO – Medium Earth Orbits / orbity średnie
HEO – High Earth Orbits / orbity wysokie

Orbita geostacjonarna GEO

T = 1
i = 0°
e = 0



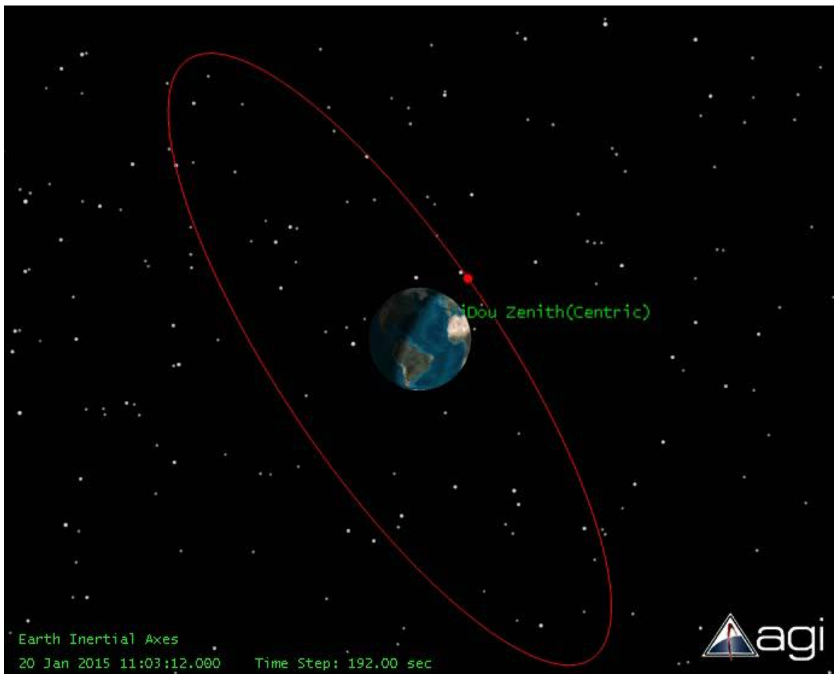


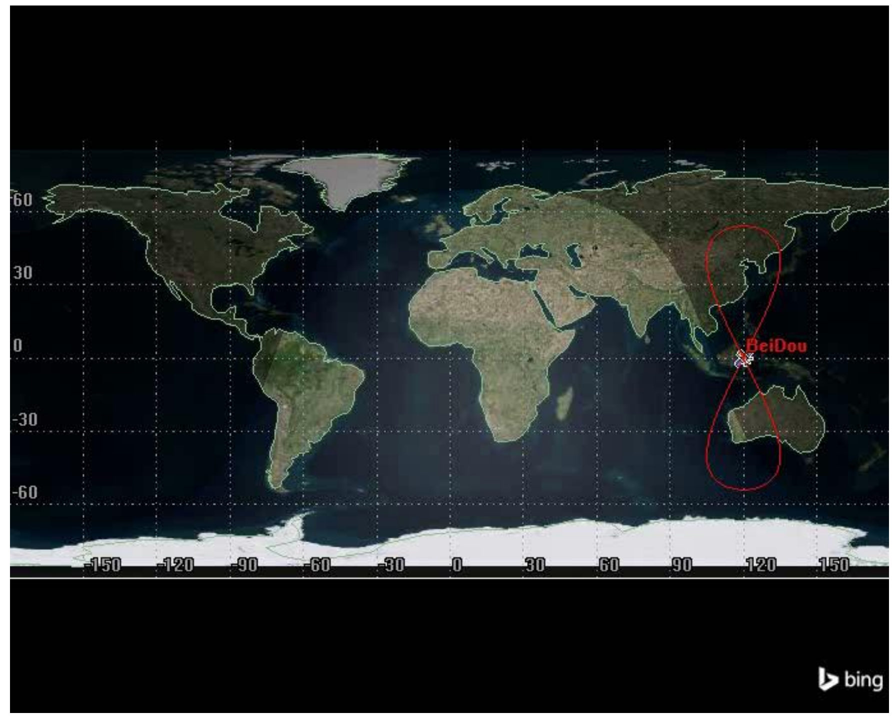
[movie\geo1.wmv](movie\geo1.wmv)

[movie\geo2.wmv](movie\geo2.wmv)

Orbita geosynchroniczna GSO

T = 1
i = 55°
e = 0





movie\gso1.wmv

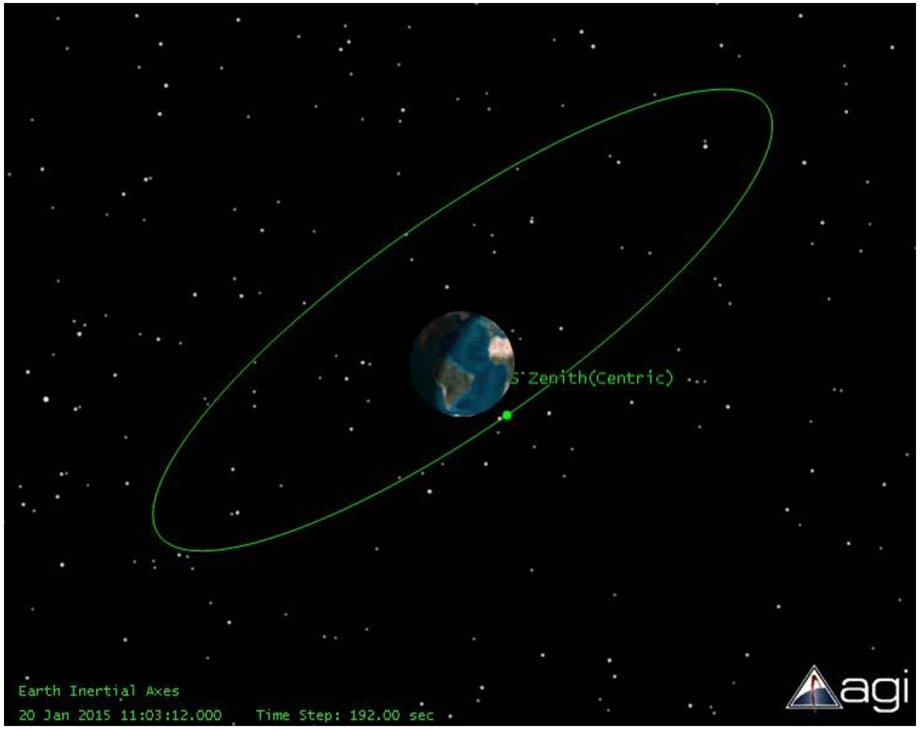
movie\gso2.wmv

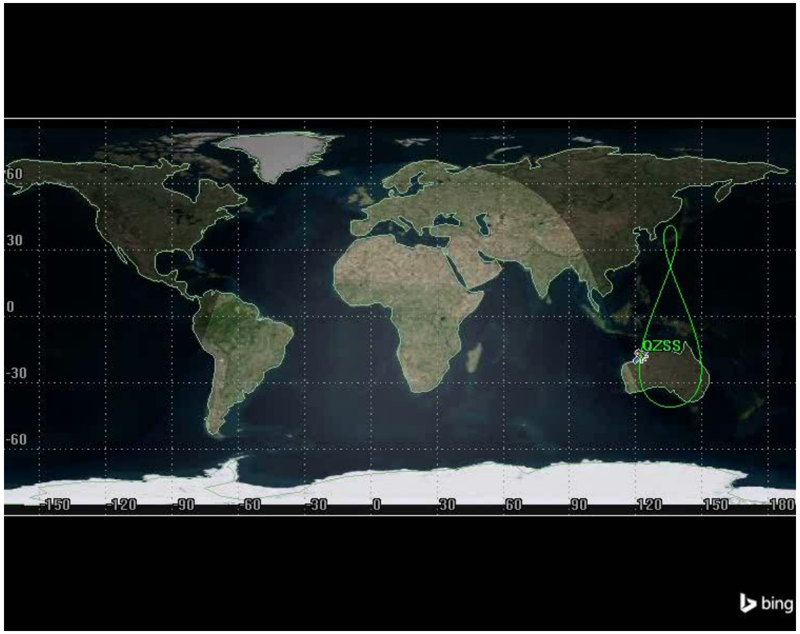
Orbita geosynchroniczna GSO

T = 1

i = 41°

e = 0.075



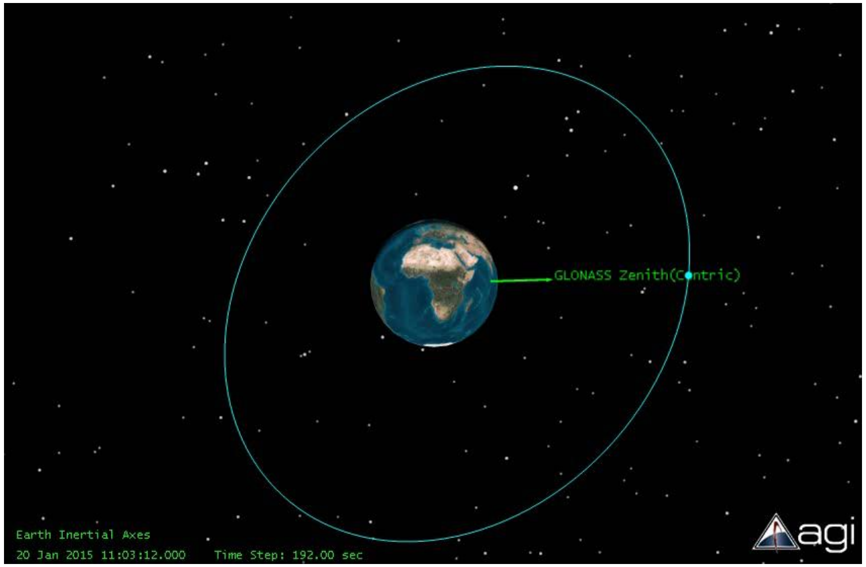


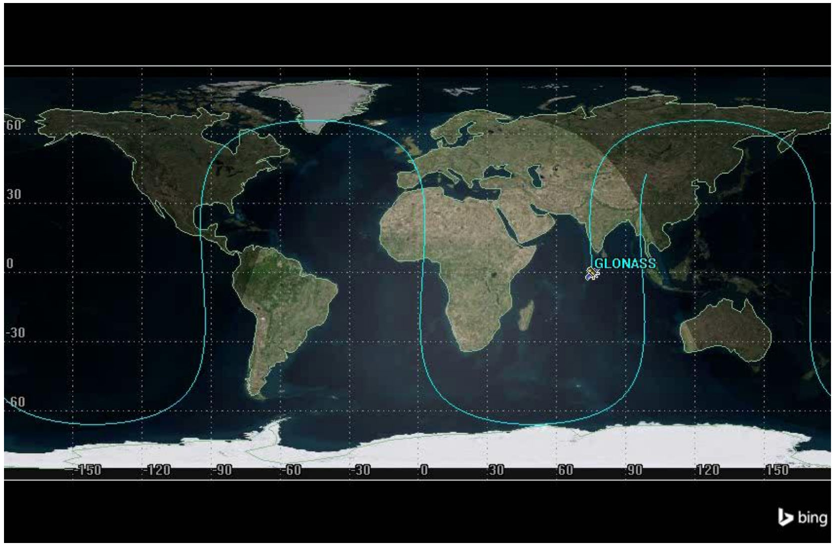
movie\qzss1.wmv

movie\qzss2.wmv

Orbita średnia

T = 8/17
i = 66°
e = 0



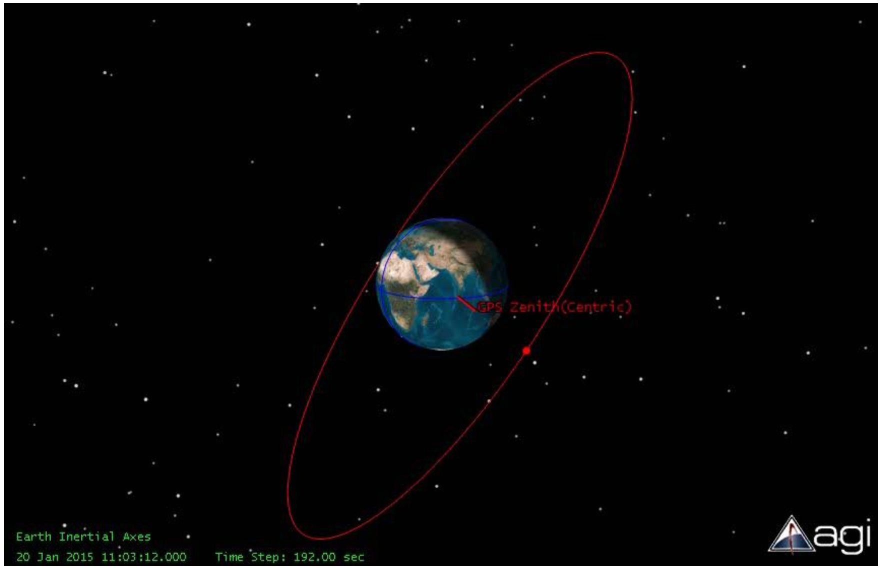


movie\glonass1.wmv

movie\glonass2.wmv

Orbita średnia

T = 1/2
i = 55°
e = 0.02

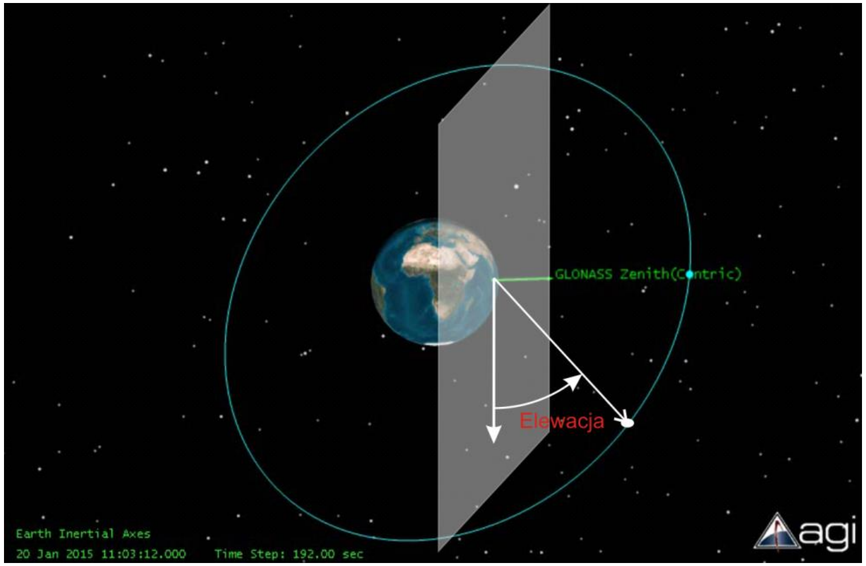


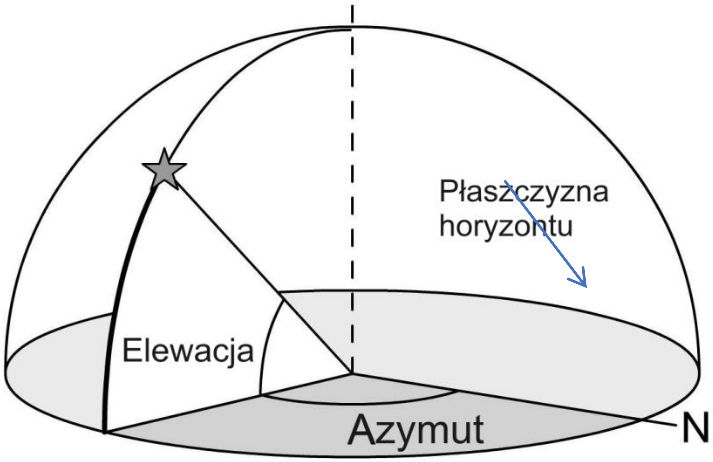
[movie\gps1.wmv](movie\gps1.wmv)

[movie\gps2.wmv](movie\gps2.wmv)

Position of satellite relative to observer

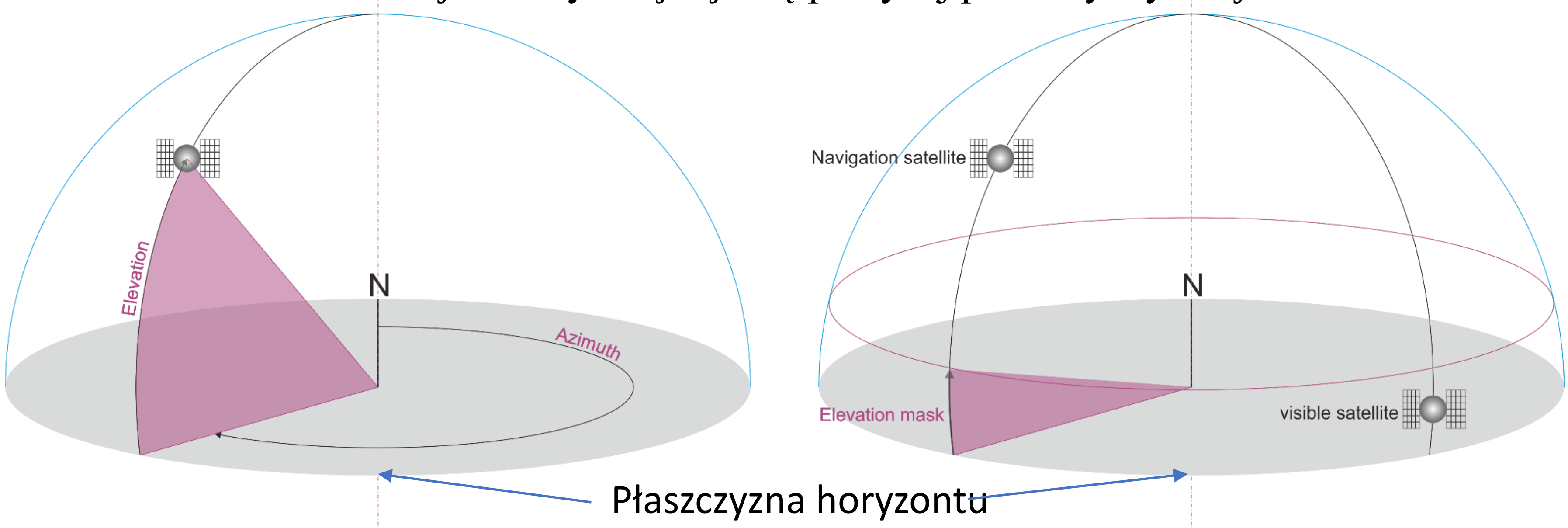
- Wysokość topocentryczna (elewacja)
- Azymut (namiar)
- Maska elewacji (elevation mask)
  - minimalna wysokość topocentryczna satelity, od której może być satelitą nawigacyjnym



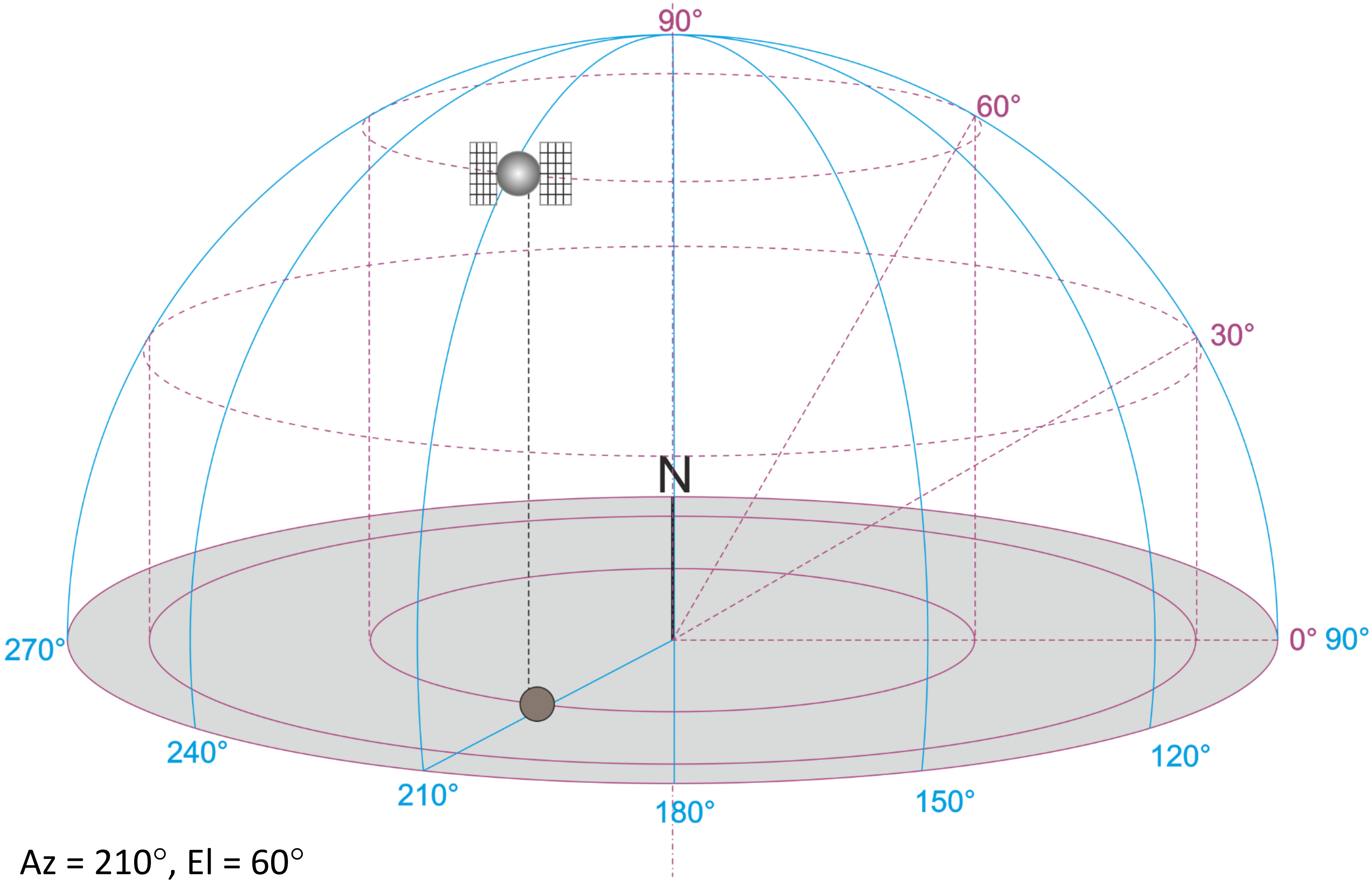


Pozycja satelity względem obserwatora

- Wysokość topocentryczna (elewacja)
- Azymut (namiar)
- Maska elewacji (elevation mask)
  - minimalna wysokość topocentryczna satelity, od której może być satelitą nawigacyjnym
  - Satelita nawigacyjny – którego sygnał wykorzystywany jest do określania pozycji odbiornika
  - Satelita widoczny – który znajduje się powyżej płaszczyzny horyzontu



Jak odczytać diagram „satellites” w odbiorniku EPFS



Az = 210°, El = 60°

Koniec